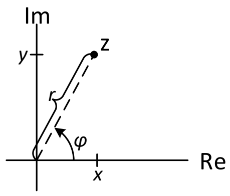
روابط مفید درس سیگنال و سیستم

اعداد مختلط:



$$z=x+jy=re^{j\varphi}$$
$$e^{j\varphi}=\cos\varphi+j\sin\varphi$$
$$1+e^{-j\varphi}=2e^{-j\frac{\varphi}{2}}\cos\frac{\varphi}{2}$$
$$1-e^{-j\varphi}=2je^{-j\frac{\varphi}{2}}\sin\frac{\varphi}{2}$$

$$\cos\varphi=\frac{1}{2}e^{j\varphi}+\frac{1}{2}e^{-j\varphi}$$
$$\sin\varphi=\frac{1}{2j}e^{j\varphi}-\frac{1}{2j}e^{-j\varphi}$$

خاصیت غربالی:

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau \qquad x[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x[k]\delta[n-k]$$

کانولوشن:	پیوسته در زمان	گسسته در زمان
خطی (معمولی)	$x(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)h(t-\tau)d\tau$	$x[n]*h[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x[k]h[n-k]$
متناوب	$x(t)\textcircled{T}h(t)=\int_{T}x(\tau)h(t-\tau)d\tau$	$x[n]\textcircled{N}h[n]=\sum_{k=<N>}x[k]h[n-k]$

سیستم‌های LTI:	پیوسته در زمان	گسسته در زمان
	$x(t)\rightarrow\boxed{\text{LTI}}\rightarrow y(t)$	$x[n]\rightarrow\boxed{\text{LTI}}\rightarrow y[n]$
پاسخ ضربه	$y(t)=h(t)*x(t),h(t)=T\{\delta(t)\}$	$y[n]=h[n]*x[n],h[n]=T\{\delta[n]\}$
پاسخ فرکانسی	$x(t)=e^{j\omega t},y(t)=H(j\omega)e^{j\omega t},H(j\omega)=\mathcal{F}\{h(t)\}$	$x[n]=e^{j\Omega n},y[n]=H(e^{j\Omega})e^{j\Omega n},H(e^{j\Omega})=\mathcal{F}\{h[n]\}$
تابع تبدیل	$x(t)=e^{st},y(t)=H(s)e^{st},H(s)=\mathcal{L}\{h(t)\}$	$x[n]=z^{n},y[n]=H(z)z^{n},H(z)=\mathcal{Z}\{h[n]\}$

نمونه برداری	بازسازی
$x_c(t)\rightarrow\underset{\uparrow T}{\boxed{\text{C/D}}}\rightarrow x[n]$	$x[n]\rightarrow\underset{\uparrow T}{\boxed{\text{D/C}}}\rightarrow x_r(t)$
$\rightarrow\underset{\uparrow p(t)}{\otimes}\xrightarrow{x_p(t)}$ [تبدیل قطار ضربهٔ پیوسته در زمان به دنبالهٔ گسسته در زمان] $\rightarrow x[n]$ $p(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$	$x[n]\rightarrow$ [تبدیل دنبالهٔ گسسته در زمان به قطار ضربهٔ پیوسته در زمان] $\xrightarrow{x_p(t)}\boxed{\approx}\rightarrow x_r(t)$ $\text{gain}=T$ $\omega_c=\frac{\omega_s}{2}=\frac{\pi}{T}$
$x[n]=x_c(nT)$	$x_r(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x[n]\frac{\sin[\pi(t-nT)/T]}{\pi(t-nT)/T}$
$X(e^{j\Omega})=\frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty}X_c\left(j(\frac{\Omega}{T}-\frac{2k\pi}{T})\right)$	$X(j\omega)=\begin{cases}TX(e^{\Omega T}), & \lvert\omega\rvert<\frac{\pi}{T}\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$

Compressor

$$X(e^{j\Omega})\rightarrow\boxed{\downarrow\mathbf{M}}\rightarrow\frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1}X(e^{j(\frac{\Omega}{M}-\frac{2\pi i}{M})})$$
$$X(e^{j\Omega})\rightarrow\boxed{\downarrow\mathbf{2}}\rightarrow\frac{1}{2}\left[X(e^{j\frac{\Omega}{2}})+X(e^{j(\frac{\Omega}{2}-\pi)})\right]$$

Expander

$$X(e^{j\Omega})\rightarrow\boxed{\uparrow\mathbf{L}}\rightarrow X(e^{jL\Omega})$$
$$X(e^{j\Omega})\rightarrow\boxed{\uparrow\mathbf{2}}\rightarrow X(e^{j2\Omega})$$

ویژگی‌های سری فوریهٔ پیوسته در زمان

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}=\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\frac{2\pi}{T}t}$$

$$a_k=\frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}dt=\frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jk\frac{2\pi}{T}t}dt$$

سیگنال متناوب	ضرایب فوریه	نام ویژگی
$x(t)$	a_k	
$y(t)$	b_k	
$Ax(t)+By(t)$	Aa_k+Bb_k	خطی بودن
$x(t-t_0)$	$a_k e^{-jk\frac{2\pi}{T}t_0}=a_k e^{-jk\omega_0 t_0}$	شیفت زمانی
$x^*(t)$	a_{-k}^*	مزدوج
$x(-t)$	a_{-k}	معکوس کردن زمان
$x(\alpha t)$	a_k	مقیاس زمانی
$\int_T x(\tau)y(t-\tau)d\tau$	$Ta_k b_k$	کانولوشن
$x(t)y(t)$	$\sum_{l=-\infty}^{+\infty} a_l b_{k-l}$	ضرب
	$jk\omega_0 a_k=jk\frac{2\pi}{T}a_k$	مشتق
$\int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$	$\left(\frac{1}{jk\omega_0}\right)a_k=\left(\frac{T}{jk2\pi}\right)a_k$	انتگرال
$x(t)$ حقیقی	$\begin{cases} a_k=a_{-k}^* \\ \mathrm{Re}\{a_k\}=\mathrm{Re}\{a_{-k}\} \\ \mathrm{Im}\{a_k\}=-\mathrm{Im}\{a_{-k}\} \\ \lvert a_k\rvert=\lvert a_{-k}\rvert \\ \measuredangle a_k=-\measuredangle a_{-k} \end{cases}$	تقارن هرمیتی برای سیگنال‌های حقیقی
$x(t)$ حقیقی و زوج	a_k حقیقی و زوج	توابع حقیقی زوج
$x(t)$ حقیقی و فرد	a_k موهومی خالص	توابع حقیقی فرد
$x(t)$ ، $x_e(t)=\frac{x(t)+x(-t)}{2}$ حقیقی	$\mathrm{Re}\{a_k\}$	تجزیهٔ زوج
$x(t)$ ، $x_o(t)=\frac{x(t)-x(-t)}{2}$ حقیقی	$j\,\mathrm{Im}\{a_k\}$	
$\frac{1}{T}\int_T \lvert x(t)\rvert^2 dt=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\lvert a_k\rvert^2$		رابطهٔ پارسوال برای سیگنال‌های متناوب

سری فوریهٔ موج مربعی:

$$x(t)=\begin{cases}1, & \lvert t\rvert<T_1 \\ 0, & T_1<\lvert t\rvert<T/2\end{cases}$$

$$x(t+T)=x(\mathrm{t})$$

$$a_k=\frac{\sin(k\omega_0 \mathrm{T}_1)}{k\pi}$$

ویژگی‌های سری فوریهٔ گسسته در زمان

$$x[n]=\sum_{k=\{N\}} a_k e^{jk\Omega_0 n}=\sum_{k=\{N\}} a_k e^{j\frac{2\pi}{N}nk}$$

$$a_k=\frac{1}{N}\sum_{k=\{N\}} x[n]e^{-jk\Omega_0 n}=\frac{1}{N}\sum_{k=\{N\}} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$$

سیگنال متناوب	ضرایب فوریه	نام ویژگی
$x[n]$	a_k	
$y[n]$	b_k	
$Ax[n]+By[n]$	Aa_k+Bb_k	خطی بودن
$x[n-n_0]$	$a_k e^{-jk\frac{2\pi}{N}n_0}=a_k e^{-jk\Omega_0 n_0}$	شیفت زمانی
$x^*[n]$	a^*_{-k}	مزدوج
$x[-n]$	a_{-k}	معکوس کردن زمان
$x_m[n]=\begin{cases} x[\frac{n}{m}] & n=0,\pm m,\pm 2m,\cdots \\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$	$\frac{1}{m}a_k$ (متناوب با دورهٔ تناوب mN)	مقیاس زمانی
$\sum_{r=\{N\}} x[r]y[n-r]$	$Na_k b_k$	کانولوشن متناوب
$x[n]y[n]$	$\sum_{l=\{N\}} a_l b_{k-l}$	ضرب
$x[n]-x[n-1]$	$(1-e^{-j\frac{2\pi}{N}k})a_k$	تفاضل اول
$\sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$	$\frac{1}{1-e^{-j\frac{2\pi}{N}k}}a_k$	جمع
$x[n]$ حقیقی	$\begin{cases} a_k=a^*_{-k} \\ \mathrm{Re}\{a_k\}=\mathrm{Re}\{a_{-k}\} \\ \mathrm{Im}\{a_k\}=-\mathrm{Im}\{a_{-k}\} \\ \lvert a_k\rvert=\lvert a_{-k}\rvert \\ \measuredangle a_k=-\measuredangle a_{-k}\end{cases}$	تقارن هرمیتی برای سیگنال‌های حقیقی
$x[n]$ حقیقی و زوج	a_k حقیقی و زوج	توابع حقیقی زوج
$x[n]$ حقیقی و فرد	a_k موهومی خالص	توابع حقیقی فرد
$x_e[n]=\frac{x[n]+x[-n]}{2}$ ، $x[n]$ حقیقی	$\mathrm{Re}\{a_k\}$	تجزیهٔ زوج
$x_o[n]=\frac{x[n]-x[-n]}{2}$ ، $x[n]$ حقیقی	$j\,\mathrm{Im}\{a_k\}$	
$\frac{1}{N}\sum_{n=\{N\}}\lvert x[n]\rvert^2=\sum_{k=\{N\}}\lvert a_k\rvert^2$		رابطهٔ پارسوال برای سیگنال‌های متناوب

سری فوریهٔ موج مربعی:

$$x[n]=\begin{cases}1, & \lvert n\rvert\le N_1 \\ 0, & N_1<\lvert n\rvert\le N/2\end{cases}$$

$$x[n+N]=x[n]$$

$$a_k=\frac{1}{N}\frac{\sin\left[2\pi k\,\frac{(N_1+1/2)}{N}\right]}{\sin\frac{k\pi}{N}}$$

برخی زوج‌های مهم تبدیل فوریهٔ پیوسته در زمان

سیگنال	تبدیل فوریه
$x(t)$	$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$
$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$	$X(j\omega)$
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega-\omega_0)$
$\cos\omega_0 t$	$\pi \;\; \delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)$
$\sin\omega_0 t$	$\frac{\pi}{j}\, \delta(\omega-\omega_0)-\delta(\omega+\omega_0)$
$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)$	$\frac{2\pi}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-\frac{2k\pi}{T})$
$\prod(\frac{t}{2T_1})$	$\frac{2\sin\omega T_1}{\omega}$
$\frac{\sin Wt}{\pi t}$	$\prod(\frac{\omega}{2W})$
$u(t)$	$\frac{1}{j\omega}+\pi\delta(\omega)$
$e^{-at}u(t),\;\; a>0$	$\frac{1}{a+j\omega}$

رابطهٔ پارسوال برای سیگنال‌های نامتناوب:

$$E=\int_{-\infty}^{+\infty}|x(t)|^2 dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}|X(j\omega)|^2 d\omega$$

ویژگی‌های تبدیل فوریهٔ پیوسته در زمان

سیگنال	تبدیل فوریه	ویژگی
$x(t)$	$X(j\omega)$	
$y(t)$	$Y(j\omega)$	
$ax(t)+by(t)$	$aX(j\omega)+bY(j\omega)$	خطی بودن
$x(t-t_0)$	$e^{-j\omega t_0}X(j\omega)$	شیفت زمانی
$e^{j\omega_0 t}x(t)$	$X(j(\omega-\omega_0))$	شیفت فرکانسی
$x^*(t)$	$X^*(-j\omega)$	مزدوج
$x(-t)$	$X(-j\omega)$	معکوس کردن زمان
$x(at)$	$\frac{1}{\vert a\vert}X(\frac{j\omega}{a})$	تغییر مقیاس زمانی و فرکانسی
$x(t)*y(t)$	$X(j\omega)Y(j\omega)$	کانولوشن
$x(t)y(t)$	$\frac{1}{2\pi}X(j\omega)*Y(j\omega)$	ضرب
$\frac{d}{dt}x(t)$	$j\omega X(j\omega)$	مشتق زمانی
$\int_{-\infty}^{t} x(t)dt$	$\frac{1}{j\omega}X(j\omega)+\pi X(0)\delta(\omega)$	انتگرال زمانی
$tx(t)$	$j\frac{d}{d\omega}X(j\omega)$	مشتق فرکانسی
$x(t)$ حقیقی	$\begin{cases} X(j\omega)=X^*(-j\omega) \\ \mathrm{Re}\{X(j\omega)\}=\mathrm{Re}\{X(-j\omega)\} \\ \mathrm{Im}\{X(j\omega)\}=-\mathrm{Im}\{X(-j\omega)\} \\ \vert X(j\omega)\vert=\vert X(-j\omega)\vert \\ \measuredangle X(j\omega)=-\measuredangle X(-j\omega) \end{cases}$	تقارن هرمیتی برای سیگنال‌های حقیقی
$x(t)$ حقیقی و زوج	$X(j\omega)$ حقیقی و زوج	تقارن سیگنال حقیقی و زوج
$x(t)$ حقیقی و فرد	$X(j\omega)$ موهومی خالص و فرد	تقارن سیگنال حقیقی و زوج
$x_e(t), x(t)\in\mathbb{R}$	$\mathrm{Re}\{X(j\omega)\}$	تجزیهٔ زوج و فرد حقیقی
$x_o(t), x(t)\in\mathbb{R}$	$j\,\mathrm{Im}\{X(j\omega)\}$	

برخی زوج‌های مهم تبدیل فوریهٔ گسسته در زمان

سیگنال	تبدیل فوریه
$x[n]$	$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]e^{-j\Omega n}$
$\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X(e^{j\Omega})e^{j\Omega n}d\Omega$	$X(e^{j\Omega})$
$e^{j\Omega_0 n}$	$2\pi \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \delta(\Omega-\Omega_0-2r\pi)$
$\cos\Omega_0 n$	$\pi \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \delta(\Omega-\Omega_0-2r\pi)+\delta(\Omega+\Omega_0-2r\pi)$
$\sin\Omega_0 n$	$\frac{\pi}{j} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \delta(\Omega-\Omega_0-2r\pi)-\delta(\Omega+\Omega_0-2r\pi)$
$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(n-kN)$	$\frac{2\pi}{N} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega-\frac{2k\pi}{N})$
$\begin{cases} 1, & \|n\| \le N_1 \\ 0, & \|n\| > N_1 \end{cases}$	$\frac{\sin[\Omega(N_1+\frac{1}{2})]}{\sin\frac{\Omega}{2}}$
$\frac{\sin Wn}{\pi n}, \quad 0<\Omega<\pi$	$\begin{cases} 1, & 0 \le \|\Omega\| \le W \\ 0, & W < \|\Omega\| \le \pi \end{cases}$, متناوب با دورهٔ تناوب 2π
$u[n]$	$\frac{1}{1-e^{-j\Omega}}+\sum_{r=-\infty}^{+\infty} \pi\delta(\Omega-2r\pi)$
$a^n u[n], \ \|a\|<1$	$\frac{1}{1-ae^{-j\Omega}}$

رابطهٔ پارسوال برای سیگنال‌های نامتناوب:

$$E=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left|x[n]\right|^2=\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} \left|X(e^{j\Omega})\right|^2 d\Omega$$

ویژگی‌های تبدیل فوریهٔ گسسته در زمان

سیگنال	تبدیل فوریه	ویژگی
$x[n]$	$X(e^{j\Omega})$	
$y[n]$	$Y(e^{j\Omega})$	
$ax[n]+by[n]$	$aX(e^{j\Omega})+bY(e^{j\Omega})$	خطی بودن
$x[n-n_0]$	$e^{-j\Omega n_0}X(e^{j\Omega})$	شیفت زمانی
$e^{j\Omega_0 n}x[n]$	$X(e^{j(\Omega-\Omega_0)})$	شیفت فرکانسی
$x^*[n]$	$X^*(e^{-j\Omega})$	مزدوج
$x[-n]$	$X(e^{-j\Omega})$	معکوس کردن زمان
$x_{\uparrow M}[n]$	$X(e^{jM\Omega})$	توسعهٔ زمانی
$x[n]*y[n]$	$X(e^{j\Omega})Y(e^{j\Omega})$	کانولوشن
$x[n]y[n]$	$\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X(e^{j\theta})Y(e^{j(\Omega-\theta)})d\theta$	ضرب
$x[n]-x[n-1]$	$(1-e^{-j\Omega})X(e^{j\Omega})$	تفاضل زمانی
$\sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$	$\frac{1}{1-e^{-j\Omega}}X(e^{j\Omega})+\pi X(e^{j0})\sum_{r=-\infty}^{+\infty}\delta(\Omega-2\pi r)$	جمع زمانی
$nx[n]$	$j\frac{d}{d\Omega}X(e^{j\Omega})$	مشتق فرکانسی
$x[n]$ حقیقی	$\begin{cases} X(e^{j\Omega})=X^*(e^{-j\Omega}) \\ \mathrm{Re}\{X(e^{j\Omega})\}=\mathrm{Re}\{X(e^{-j\Omega})\} \\ \mathrm{Im}\{X(e^{j\Omega})\}=-\mathrm{Im}\{X(e^{-j\Omega})\} \\ \left\|X(e^{j\Omega})\right\|=\left\|X(e^{-j\Omega})\right\| \\ \measuredangle X(e^{j\Omega})=-\measuredangle X(e^{-j\Omega}) \end{cases}$	تقارن هرمیتی برای سیگنال‌های حقیقی
$x[n]$ حقیقی و زوج	$X(e^{j\Omega})$ حقیقی و زوج	تقارن سیگنال حقیقی و زوج
$x[n]$ حقیقی و فرد	$X(e^{j\Omega})$ موهومی خالص و فرد	تقارن سیگنال حقیقی و زوج
$x_e[n], x[n]\in\mathbb{R}$	$\mathrm{Re}\{X(e^{j\Omega})\}$	تجزیهٔ زوج و فرد حقیقی
$x_o[n], x[n]\in\mathbb{R}$	$j\,\mathrm{Im}\{X(e^{j\Omega})\}$	

برخی زوج‌های مهم تبدیل لاپلاس

سیگنال	تبدیل لاپلاس	ROC
$x(t)$	$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-st}dt$	
$\frac{1}{2\pi}\int_{-\sigma-j\infty}^{-\sigma-j\infty} X(s)e^{st}ds$	$X(s)$	
$\delta(t)$	1	All s
$\delta(t-t_0)$	e^{-st_0}	All s
$u(t)$	$\frac{1}{s}$	$\mathrm{Re}\{s\}>0$
$-u(-t)$	$\frac{1}{s}$	$\mathrm{Re}\{s\}<0$
$e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{s+a}$	$\mathrm{Re}\{s\}>-a$
$-e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{s+a}$	$\mathrm{Re}\{s\}<-a$
$\cos(\omega_0 t)u(t)$	$\frac{s}{s^2+\omega_0^2}$	$\mathrm{Re}\{s\}>0$
$\sin(\omega_0 t)u(t)$	$\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$	$\mathrm{Re}\{s\}>0$
$e^{-at}\cos(\omega_0 t)u(t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega_0^2}$	$\mathrm{Re}\{s\}>-a$
$e^{-at}\sin(\omega_0 t)u(t)$	$\frac{\omega_0}{(s+a)^2+\omega_0^2}$	$\mathrm{Re}\{s\}>-a$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-at}u(-t)$	$\frac{1}{(s+a)^n}$	$\mathrm{Re}\{s\}>-a$
$-\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-at}u(-t)$	$\frac{1}{(s+a)^n}$	$\mathrm{Re}\{s\}<-a$

ویژگی‌های تبدیل لاپلاس

سیگنال	تبدیل لاپلاس	ROC	ویژگی
$x(t)$	$X(s)$	R_x	
$y(t)$	$Y(s)$	R_y	
$ax(t)+by(t)$	$aX(s)+bY(s)$	$R_x \cap R_y$ حداقل	خطی بودن
$x(t-t_0)$	$e^{-st_0}X(s)$	R_x	شیفت زمانی
$e^{s_0 t}x(t)$	$X(s-s_0)$	$R_x+\mathrm{Re}\{s_0\}$	شیفت فرکانسی
$x^*(t)$	$X^*(s^*)$	R_x	مزدوج
$x(at)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}X(\frac{s}{a})$	$\frac{R_x}{a}$	تغییر مقیاس زمانی و فرکانسی
$x(t)*y(t)$	$X(s)Y(s)$	$R_x \cap R_y$ حداقل	کانولوشن
$\frac{d}{dt}x(t)$	$sX(s)$	R_x حداقل	مشتق زمانی
$\int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$	$\frac{1}{s}X(s)$	$R_x \cap \mathrm{Re}\{s\}>0$ حداقل	انتگرال زمانی
$-tx(t)$	$\frac{d}{ds}X(s)$	R_x	مشتق فرکانسی

$$\left.\begin{array}{l} x(t)\big|_{t<0}=0 \\ t=0 \text{ در ضربه بدون } x(t) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$x(0^+)=\lim_{s\to\infty} sX(s)$	قضیهٔ مقدار اولیه
$\lim_{t\to\infty} x(t)=\lim_{s\to 0} sX(s)$	قضیهٔ مقدار نهایی

برخی زوج‌های مهم تبدیل z

سیگنال	تبدیل z	ROC
$x[n]$	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n}$	
$\frac{1}{2\pi j}\oint_C X(z)z^{n-1}dz$	$X(z)$	
$\delta[n]$	1	کل z
$u[n]$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$\lvert z\rvert>1$
$-u[-n-1]$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$\lvert z\rvert<1$
$a^n u[n]$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$\lvert z\rvert>\lvert a\rvert$
$-a^n u[-n-1]$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$\lvert z\rvert<\lvert a\rvert$
$na^n u[n]$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$\lvert z\rvert>\lvert a\rvert$
$-na^n u[-n-1]$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$\lvert z\rvert<\lvert a\rvert$
$\cos(\omega_0 n)u[n]$	$\frac{1-[\cos\omega_0]z^{-1}}{1-[2\cos\omega_0]z^{-1}+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert>1$
$\sin(\omega_0 n)u[n]$	$\frac{[\sin\omega_0]z^{-1}}{1-[2\cos\omega_0]z^{-1}+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert>1$
$r^n\cos(\omega_0 n)u[n]$	$\frac{1-[r\cos\omega_0]z^{-1}}{1-[2r\cos\omega_0]z^{-1}+r^2z^{-2}}$	$\lvert z\rvert>r$
$r^n\sin(\omega_0 n)u[n]$	$\frac{[r\sin\omega_0]z^{-1}}{1-[2r\cos\omega_0]z^{-1}+r^2z^{-2}}$	$\lvert z\rvert>r$
$\begin{cases} a^n & 0\le n\le N-1 \\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$	$\frac{1-a^Nz^{-N}}{1-az^{-1}}$	$\lvert z\rvert>0$

ویژگی‌های تبدیل z

ویژگی	سیگنال	تبدیل z	ROC
خطی بودن	$ax[n]+by[n]$	$aX(z)+bY(z)$	حداقل $R_x\cap R_y$
تأخیر زمانی	$x[n-n_0],\quad n_0\in\mathbb{Z}$	$z^{-n_0}X(z)$	$R_x\ \pm\ 0,\infty$
مقیاس z	$z_0^n x[n]$	$X(\frac{z}{z_0})$	$\lvert z_0\rvert R_x$
مشتق در z	$nx[n]$	$-z\frac{dX(z)}{dz}$	$R_x\ \pm\ 0,\infty$
مزدوج	$x^*[n]$	$X^*(z^*)$	R_x
بخش حقیقی	$\mathrm{Re}\{x[n]\}$	$\frac{1}{2}\left[X(z)+X^*(z^*)\right]$	حداقل R_x
بخش موهومی	$j\mathrm{Im}\{x[n]\}$	$\frac{1}{2j}\left[X(z)-X^*(z^*)\right]$	حداقل R_x
برعکس کردن زمان	$x[-n]$	$X(\frac{1}{z})$	$\frac{1}{R_x}$
تفاضل	$x[n]-x[n-1]$	$(1-z^{-1})X(z)$	حداقل $R_x\cap\ \lvert z\rvert>0$
جمع	$\sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$	$\frac{1}{1-z^{-1}}X(z)$	حداقل $R_x\cap\ \lvert z\rvert>0$
expander	$x_{\uparrow L}[n]=\begin{cases} x[\frac{n}{L}], & n=0,\pm L,\pm 2L,\cdots \\ 0, & \text{otherwize}\end{cases}$	$X(z^L)$	$R_x^{1/L}$
کانولوشن	$x[n]*y[n]$	$X(z)Y(z)$	حداقل $R_x\cap R_y$

قضیهٔ مقدار اولیه : $\left.\begin{matrix} x[n]=0 \\ n<0 \end{matrix}\right\}\Rightarrow \lim_{z\to\infty} X(z)=x[0]$